Local theta lift for $mathrm{U}(2)timesmathrm{U}(3)$ (Automorphic Forms, Automorphic L-Functions and Related Topics)

AUTHOR(S):

池松, 泰彦

数理解析研究所講究録
第2036巻 2017年 152-160

Local theta lift for U(2) × U(3)

池松泰彦 (Yasuhiko Ikematsu)

講演時:Graduate School of Mathematics, Kyushu University
本稿執筆時: Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University

1 導入

このノートでは、p 進ユニタリデュアルペア $\mathrm{U}(2)\times\mathrm{U}(3)$ の局所テータリフトの記述に関する結果 [3] を紹介する。詳しく述べるために記号を導入する。F を標数 0 の非アルキメデス局所体とし、その二次拡大を E とする。またガロア拡大 E/F のガロア群の生成元を σ と書く。さらに $\mathrm{Tr}_{E/F}, \mathrm{N}_{E/F}$ を E/F のトレース、ノルムとする。そして $\omega_{E/F}$ を E/F に付随する $F^\times$ の指標とする。また $E^\times/F^\times$ の指標 η に対して、$\mathrm{U}(1) := \mathrm{Ker}\,\mathrm{N}_{E/F}$ の指標 η_u を

$$\eta_u(z/\sigma(z)) := \eta(z), \quad z \in E^\times$$

により定める。

次にユニタリ群を定義しよう。まず V, W をそれぞれ E 上のエルミート空間と歪エルミート空間とする。ここでは次のように V, W を取ることとする。

$$V = (E^{\oplus m}, R), \qquad W = (E^{\oplus n}, S),$$
$$(v_1, v_2) = {}^*v_1 R v_2, \qquad \langle w_1, w_2\rangle = w_1 S^* w_2.$$

ただし V は列ベクトルからなり、W は行ベクトルからなる。また R は $\mathrm{GL}_m(E)$ の元であり、$R = {}^*R := {}^tR^\sigma$ を満たすものとする。同様に S は $\mathrm{GL}_n(E)$ の元であり、$S = -{}^*S$ を満たすものとする。このとき、V と W のユニタリ群が次のように定義される。

$$\mathrm{U}(V) := \{h \in \mathrm{GL}_m(E) \mid {}^*hRh = R\},$$
$$\mathrm{U}(W) := \{g \in \mathrm{GL}_n(E) \mid gS^*g = S\}.$$

d_0 を $F^\times \setminus \mathrm{N}_{E/F}(E^\times)$ の元、ξ を $\mathrm{Tr}_{E/F}(\xi)=0$ を満たす $E^\times$ の元としてそれぞれ固定する。そのとき、次の E 上 2 次元のエルミート空間 V_{sp}, V_{an} と 3 次元の歪エルミート空間 W のユニタリ群をこのノートでは扱う。

$$V_{sp} = (E^{\oplus 2}, \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}),$$

$$V_{an} = (E^{\oplus 2}, \begin{pmatrix} -d_0 & \\ & 1 \end{pmatrix}),$$

$$W = (E^{\oplus 3}, \begin{pmatrix} & & 1 \\ & \xi & \\ -1 & & \end{pmatrix}).$$

今二つのデュアルペア $\mathrm{U}(V_{sp}) \times \mathrm{U}(W), \mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ が考えられる。このデュアルペアの Weil 表現を定めるために、$E^\times$ の指標 μ, η を

$$\mu|_{F^\times} = \omega_{E/F}, \quad \eta|_{F^\times} = \mathbb{1}$$

となるようにとる。さらに F の非自明指標 ψ を一つ取る。そのとき、Kudla[4] から $\mathrm{U}(V_{sp}) \times \mathrm{U}(W)$ の Weil 表現 $\omega_{\psi, V_{sp}^\mu, W^\eta}$ と $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ の Weil 表現 $\omega_{\psi, V_{an}^\mu, W^\eta}$ がそれぞれ定まる。従って、$\mathrm{U}(V_{sp}) \times \mathrm{U}(W)$ のテータリフト $\theta_{\psi, V_{sp}^\mu, W^\eta}$ と $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ のテータリフト $\theta_{\psi, V_{an}^\mu, W^\eta}$ が得られる。このような局所テータリフトは元々Gelbart-Rogawski-Soudry[2] によって調べられた。彼らは [2] の中で、 $\mathrm{U}(W)$ の既約許容表現の $\mathrm{U}(V_{sp}), \mathrm{U}(V_{an})$ への局所テータリフトの振舞いが $\mathrm{U}(W)$ の既約許容表現の endoscopic description を与えるという定理を示した。さらには $\mathrm{U}(V_{sp}) \times \mathrm{U}(W)$ の局所テータリフトを記述を与えた。しかしその中では $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ の局所テータリフトの記述は与えられなかった。その理由の一つとして、それらを記述するためには $\mathrm{U}(V_{an})$ の既約許容表現の endoscopic description が必要であるが、その中ではそれが与えられていなかったからである。そこで今回はこの $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ の局所テータリフトの記述を考える。またその応用として四元数体上のデュアルペア $\mathrm{U}(1) \times \mathrm{U}(1)$ の局所テータリフトの記述も与える。ここでより一般に、almost equal rank case のユニタリデュアルペアの局所テータリフトは Gan-Ichino[1] により Vogan L-packet を用いて記述されている。このノートで紹介する結果は $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ の場合の別証明を与えることになる。

2 既約許容表現の記述

ここでは、$\mathrm{U}(V_{an})$ と $\mathrm{U}(W)$ の既約許容表現の記述について復習する。ただし主結果を述べるのに必要な既約許容表現の記述だけを行うこととする。

まず、$G=\mathrm{U}(V_{an}),\mathrm{U}(W)$ と置く。そして $\mathrm{Irr}\,G$ で G の既約許容表現の同型類の集合を表すこととする。また F の Weil 群を W_F とし、$L_F=W_F\times\mathrm{SU}_2(\mathbb{R})$ で F の局所 Langlands 群を表す。さらに、$\Phi(G)$ を G の L-parameter の同値類の集合とする。このとき、各 $\phi\in\Phi(G)$ に対して、$\phi_E:=\phi|_{L_E}:L_E\to\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ は $\mathrm{GL}_n(E)$ の L-parameter になる。ただし、n は $G=\mathrm{U}(V_{an})$ のとき 2,$G=\mathrm{U}(W)$ のとき 3 である。そのとき写像

$$\Phi(G)\ni\phi\longmapsto\phi_E\in\Phi(\mathrm{GL}_n(E))$$

は単射であることが示される。

$G=\mathrm{U}(V_{an})$ の場合を述べる。

定理 2.1 ([5]). (i) $\mathrm{Irr}\,\mathrm{U}(V_{an})$ から $\Phi(\mathrm{U}(V_{an}))$ への全射で各ファイバーが有限であるものが存在する。従って、各 $\phi\in\Phi(\mathrm{U}(V_{an}))$ に対して、ϕ の逆像 Π_ϕ は有限部分集合となる。Π_ϕ を ϕ の *L-packet* という。

(ii) 各 *L-packet* Π_ϕ の濃度は 2 以下である。

(iii) *L-packet* Π_ϕ の濃度が 2 となる必要十分条件は、$E^\times$ の異なる二つの指標 $\mu_1\neq\mu_2$ があって $\mu_i|_{F^\times}=\omega_{E/F}$, $(i=1,2)$ と $\phi_E=\mu_1\oplus\mu_2$ を満たすことである。

(iv) *L-packet* Π_ϕ が (iii) の場合、$\mathrm{U}(V_{an})$ の異なる二つの既約許容表現 $\tau(\mu_1,\mu_2)^\pm$ があって $\Pi_\phi=\{\tau(\mu_1,\mu_2)^\pm\}$ となる。さらにその二つの表現は指標等式を用いて次のように区別される。

$$\begin{aligned}&\mathrm{Tr}\,\tau(\mu_1,\mu_2)^+(t(z,z'))-\mathrm{Tr}\,\tau(\mu_1,\mu_2)^-(t(z,z'))\\ =&\ \lambda(E/F,\psi)\,\omega_{E/F}\left(\frac{z'-\sigma(z')}{\xi}\right)\chi\left(z\,\mathrm{N}_{E/F}(z')\right)\frac{\chi'(\sigma(z'))-\chi'(z')}{|z'-\sigma(z')|_E^{1/2}}|z'|_E^{1/2}.\end{aligned}$$

ここで、$t(z,z')=\begin{pmatrix}zz'&\\&z\sigma(z')\end{pmatrix}\in\mathrm{U}(V_{an})$, $(z,z'\in E^\times,zz'\in\mathrm{U}(1))$ であり、χ,χ' は $\mu_1=\chi\chi',\mu_2=\chi(\chi'\circ\sigma)$ を満たす $E^\times$ の指標である。また $\lambda(E/F,\psi)$ は *Langlands* の λ 因子である。

ここで注意として、定理 2.1(iv) の χ,χ' は必ず存在し、Π_ϕ の内部の記述は χ,χ' の取り方に依存しない。

続いて、$G=\mathrm{U}(W)$ の場合を考える。まずは $\mathrm{U}(W)$ の誘導表現について思い出す。B を $\mathrm{U}(W)$ の右上三角行列からなる Borel 部分群とする。$E^\times/F^\times$ の異なる二つの指標 η_1,η_2 に対して、誘導表現 $\mathrm{Ind}_B^{\mathrm{U}(W)}\eta_1\boxtimes\eta_{2,u}$ の既約分解は $\pi(\eta_1,\eta_2)^+\oplus\pi(\eta_1,\eta_2)^-$ となる。ただし、唯一つある generic 部分既約表現を $\pi(\eta_1,\eta_2)^+$ とする。

定理 2.2 ([7]). (i) $\mathrm{Irr}\,\mathrm{U}(W)$ から $\Phi(\mathrm{U}(W))$ への全射で各ファイバーが有限であるものが存在する。従って、各 $\phi \in \Phi(\mathrm{U}(W))$ に対して、その逆像である *L-packet* Π_ϕ は有限部分集合となる。

(ii) 各 *L-packet* Π_ϕ の濃度は $1, 2, 4$ のどれかである。

(iii) *L-parameter* ϕ が $E^\times/F^\times$ の異なる二つの指標 η_1, η_2 で $\phi_E = \eta_1 \oplus \eta_2 \oplus \eta_1$ を満たすならば、$\Pi_\phi = \{\pi(\eta_1, \eta_2)^\pm\}$ となる。

(iv) *L-packet* Π_ϕ の濃度が 4 となるための必要十分条件は $E^\times/F^\times$ の異なる三つの指標 η_1, η_2, η_3 があって $\phi_E = \eta_1 \oplus \eta_2 \oplus \eta_3$ となることである。

さらに Rogawski[7] は $\mathrm{U}(W)$ の全ての L-packet Π_ϕ の内部構造の記述を指標等式を用いて与えた。しかし今回は主結果を述べるために、Gelbart-Rogawski-Soudry[2] によって与えられた局所テータリフトを用いた L-packet Π_ϕ の内部構造の記述方法を説明する。

まず各 L-parameter ϕ に対して、$\hat{\Pi}_\phi$ を L_E の 3 次表現 ϕ_E の部分表現として現れる $E^\times/F^\times$ の指標の集合とする。つまり、

$$\hat{\Pi}_\phi := \{\eta \subset \phi_E \text{ character} \mid \eta|_{F^\times} = \mathbb{1}\}$$

である。

定理 2.3 ([2]). 各 $\pi \in \Pi_\phi, \eta \in \hat{\Pi}_\phi$ に対して、*local pairing* を

$$\langle \eta, \pi \rangle := \begin{cases} 1 & \theta_{\psi, V^\mu_{sp}, W^\eta}(\pi) \neq 0, \\ -1 & \theta_{\psi, V^\mu_{an}, W^\eta}(\pi) \neq 0 \end{cases}$$

により定める。このときこの *local pairing* は *well-defined* であり、各 $\pi, \pi' \in \Pi_\phi$ に対して、

$$\langle \cdot, \pi \rangle = \langle \cdot, \pi' \rangle \Longrightarrow \pi = \pi'$$

を満たす。つまり *local pairing* は Π_ϕ を記述する。さらにこの *local pairing* は *Rogawski* が与えたものと本質的に一致する。

3 主結果

ここでは主結果について説明する。§2 で述べた $\mathrm{U}(V_{an})$ の既約許容表現 $\tau = \tau(\mu_1, \mu_2)^\epsilon, (\epsilon = \pm)$ を一つ取り、$\mathrm{U}(W)$ への局所テータリフト $\theta_{\psi, V^\mu_{sp}, W^\eta}(\tau)$ を π とする。このとき、この π の L-parameter と local pairing を求めたい。これに対してはまず Gelbart-Rogawski-Soudry の先行結果 [2] があるので、それについて述べよう。

定理 3.1 ([2]).

(i) もし μ が μ_1, μ_2 と異なるならば、$\pi \neq 0$.

(ii) もし $\pi \neq 0$ ならば、$\pi \in \Pi_\phi$, ただし $\phi_E = \mu\eta\mu_1^{-1} \oplus \mu\eta\mu_2^{-1} \oplus \eta$.

従ってこの結果からあとは $\mu = \mu_1, \mu_2$ のときの π の非消滅性と $\pi \neq 0$ のときの local pairing の計算を行えば良い。

主結果について述べる。まずは $\mu \neq \mu_1, \mu_2$ とする。そのとき上の (i) から

$$\pi = \theta_{\psi, V_{an}^{\mu}, W^{\eta}}(\tau(\mu_1, \mu_2)_{an}^{\epsilon}) \neq 0$$

となる。さらに π の L-parameter ϕ は $\phi_E = \mu\eta\mu_1^{-1} \oplus \mu\eta\mu_2^{-1} \oplus \eta$ を満たす。したがって $\hat{\Pi}_\phi = \left\{\eta, \mu\eta\mu_1^{-1}, \mu\eta\mu_2^{-1}\right\}$ となる。

定理 3.2 ([3]). *π の local pairing は次のように計算される。*

$$\begin{aligned}
\langle \eta, \pi \rangle &= -1, \\
\langle \mu\eta\mu_1^{-1}, \pi \rangle &= -\epsilon, \\
\langle \mu\eta\mu_2^{-1}, \pi \rangle &= \epsilon.
\end{aligned}$$

次に $\mu = \mu_1$ の場合を述べる。

定理 3.3 ([3]). *π は次のようになる。*

$$\pi = \begin{cases} \pi(\eta, \eta\mu_1\mu_2^{-1})^- & \epsilon = +, \\ 0 & \epsilon = -. \end{cases}$$

ここで $\pi(\eta, \eta\mu_1\mu_2^{-1})^-$ は §2 で述べたように $\mathrm{Ind}_B^{\mathrm{U}(W)}(\eta \boxtimes (\eta\mu_1\mu_2^{-1})_u)$ の唯一つの *non-generic* な既約部分表現である。

$\mu = \mu_2$ の場合は $\tau(\mu_1, \mu_2)^{\epsilon} = \tau(\mu_2, \mu_1)^{-\epsilon}$ を用いることで、$\mu = \mu_1$ の場合に帰着できる。

この定理 3.3 から次の系を得ることができる。まず W_1 を (E, ξ) により定義される 1 次元の歪エルミート空間とする。このとき W_1 は W の部分空間とみなせる。このことから $\mathrm{U}(W)$ と $\mathrm{U}(W_1)$ は Witt tower をなす。そのとき $\mathrm{U}(V_{an}) \times \mathrm{U}(W)$ の Weil 表現 $\omega_{\psi, V_{an}^{\mu}, W^{\eta}}$ の Jacquet module を計算することで $\mathrm{U}(W_1)$ から $\mathrm{U}(V_{an})$ への局所テータリフト $\theta_{\psi, V_{an}^{\mu}, W_1^{\eta}}$ の記述を得る。

系 3.4 ([3]). *η' を $E^{\times}$ の指標で $\eta'|_{F^{\times}} = \mathbb{1}$ を満たすとする。そのとき*

$$\theta_{\psi, V_{an}^{\mu}, W_1^{\eta}}(\eta'_u) = \begin{cases} \tau(\mu, \mu\eta\eta'^{-1})^+ & \eta \neq \eta', \\ 0 & \eta = \eta' \end{cases}$$

となる。

4 応用

系 3.4 を使って四元数体上のランク 1 のデュアルペアに対する局所テータリフトが記述できる。まず記号を準備する。

D を F 上の四元数体とする。また F の二次拡大である E の D への埋め込みを一つ固定しておく。さらに D の主対合を ι とする。そして ν_D, tr_D を D の被約ノルム、被約トレースとする。

次にユニタリ群を定義しよう。まず D 上の 1 次元のエルミート空間と歪エルミート空間 V_D, W_D をそれぞれ次のように定義する。

$$
\begin{aligned}
V_D &= (D, (\ ,\ )), & W_D &= (D, \langle\ ,\ \rangle), \\
(v_1, v_2) &= \iota(v_1)v_2, & \langle w_1, w_2\rangle &= w_1\xi\iota(w_2).
\end{aligned}
$$

このとき、V_D と W_D のユニタリ群が次のように定義される。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{U}(V_D) &:= \left\{h \in D^\times \,\middle|\, \iota(h)h = 1\right\}, \\
\mathrm{U}(W_D) &:= \left\{g \in D^\times \,\middle|\, g\xi\iota(g) = \xi\right\}.
\end{aligned}
$$

このとき、

$$
\mathrm{U}(V_D) = \mathrm{Ker}\,\nu_D \supset \mathrm{U}(W_D) = \mathrm{Ker}\,\mathrm{N}_{E/F}
$$

となる。ここで厳密には $\mathrm{U}(V_D)\times\mathrm{U}(W_D)$ はデュアルペアではないが、それに対する Weil 表現を Kudla[4] から定義することができることに注意しておく。

次に V_D と V_{an} の関係について述べる。D は四元数体なので $\mathrm{tr}_D(\xi') = 0, \xi\xi' = -\xi'\xi$ となる $\xi' \in D$ が存在する。従って

$$
\begin{aligned}
D &= F \oplus F\xi \oplus F\xi' \oplus F\xi'\xi \\
&= E \oplus \xi' E
\end{aligned}
$$

となる。そのときさらに $\xi'^{,2} = d_0$ となるように ξ' をとることができる。V_D を E 上の 2 次元のエルミート空間と考えると次の補題が得られる。

補題 4.1. (i) $i : V_D \ni z + \xi' w \mapsto {}^t(w, z) \in V_{an}$ は E 上のエルミート空間の等距写像である。

(ii) i から得られる準同型を $I : \mathrm{U}(V_D) \to \mathrm{U}(V_{an})$ と書く。そのとき

$$
I : \mathrm{U}(V_D) \ni z + \xi' w \mapsto \begin{pmatrix} \sigma(z) & w \\ d_0\sigma(w) & z \end{pmatrix} \in \mathrm{U}(V_{an})
$$

は単射準同型であり、その像は $\mathrm{SU}(V_{an})$ となる。

この補題より $\mathrm{U}(V_D)$ は $\mathrm{SU}(V_{an})$ と同一視できる。さらにこのとき $\mathrm{U}(V_D)$ の部分群である $\mathrm{U}(W_D)$ は $\mathrm{SU}(V_{an})$ へ次のように埋め込まれる:

$$\mathrm{U}(W_D) \ni \gamma \mapsto \begin{pmatrix} \gamma^{-1} & \\ & \gamma \end{pmatrix} \in \mathrm{SU}(V_{an}).$$

Kudla[4] から定まる $\mathrm{U}(V_D) \times \mathrm{U}(W_D)$ の Weil 表現を ω_{ψ,V_D,W_D} と書く。そうすると次の命題が得られる。

命題 4.2 ([3]). (i) μ を $E^\times$ の指標で $\mu|_{F^\times} = \omega_{E/F}$ を満たすものとする。そのとき $\mathrm{U}(V_D) \times \mathrm{U}(W_D)$-加群として

$$\omega_{\psi,V_D,W_D} \cong \omega_{\psi,V_{an}^{\mu},W_1^{\mathbb{1}}} \circ (I \times \mathrm{id}_{\mathrm{U}(W_1)})$$

となる。ただし、ここでは $\mathrm{U}(W_D) = \mathrm{U}(W_1)$ とみなしている。

(ii) さらに系 3.4 より次の同型を得る。

$$\omega_{\psi,V_D,W_D} \cong \bigoplus_{\eta \in \mathrm{Irr}\, E^\times/F^\times, \eta \neq \mathbb{1}} \tau(\mu, \mu\eta^{-1})^+|_{\mathrm{U}(V_D)} \boxtimes \eta_u.$$

この命題から $\eta_u \neq \mathbb{1}$ のとき $\theta_{\psi,V_D,W_D}(\eta_u) = \tau(\mu, \mu\eta^{-1})^+|_{\mathrm{U}(V_D)}$ を得る。従ってあとは $\tau(\mu, \mu\eta^{-1})^+|_{\mathrm{U}(V_D)}$ を記述すればよい。そのために Labesse-Langlands による $\mathrm{U}(V_D)$ の既約許容表現の記述を思い出す。

定理 4.3 ([6]). λ を $E^\times$ の準指標で $\lambda \neq \lambda \circ \sigma$ を満たすとし、$\tau_D(\lambda)$ を *L-parameter* $\mathrm{Ind}_{W_E}^{W_F} \lambda$ を持つ $D^\times$ の既約許容表現とする。そのとき、$\mathrm{U}(V_D)$ の二つの既約許容表現 $\tau_D(\lambda)^+, \tau_D(\lambda)^-$ があって

$$\tau_D(\lambda)|_{\mathrm{U}(V_D)} = \tau_D(\lambda)^+ \oplus \tau_D(\lambda)^-$$

が成り立ち、次の指標等式が満たされる:

$$\begin{aligned} &\mathrm{Tr}\, \tau_D(\lambda)^+(\gamma) - \mathrm{Tr}\, \tau_D(\lambda)^-(\gamma) \\ &= \lambda(E/F, \psi)\, \omega_{E/F}\left(\frac{\gamma^{-1} - \gamma}{\xi}\right) \frac{\lambda(\gamma) - \lambda(\gamma^{-1})}{|\gamma - \gamma^{-1}|_E^{1/2}}, \qquad (\gamma \in \mathrm{U}(W_D)). \end{aligned}$$

またこの $\tau_D(\lambda)^\pm$ は $\lambda|_{\mathrm{U}(W_D)}$ により決まる。そして $\tau_D(\lambda)^+ \cong \tau_D(\lambda)^-$ となる必要十分条件は $\lambda^2|_{\mathrm{U}(W_D)} = \mathbb{1}$ である。

この定理の指標等式と $\tau(\mu, \mu\eta^{-1})^\pm$ が満たす指標等式を比較することで $\tau(\mu, \mu\eta^{-1})^+|_{\mathrm{U}(V_D)}$ が記述でき、次の $\mathrm{U}(V_D) \times \mathrm{U}(W_D)$ の局所テータリフトの記述が得られる。

定理 **4.4** ([3]). λ_η を $E^\times$ の指標で $\lambda_\eta|_{\mathrm{U}(W_D)} = \eta_u$ を満たすとする。そのとき

$$\theta_{\psi,V_D,W_D}(\eta_u) = \begin{cases} \tau_D(\lambda_\eta)^+ & \eta \neq \mathbb{1}, \\ 0 & \eta = \mathbb{1} \end{cases}$$

となる。

謝辞

講演と講究録執筆の機会を与えてくださった世話人の林田秀一先生、長岡昇勇先生に心より感謝申し上げます。

References

[1] Wee Teck Gan and Atsushi Ichino, The Gross-Prasad conjecture and local theta correspondence, arXiv:1409.6824v2.

[2] Stephen Gelbart, Jonathan Rogawski, and David Soudry, Endoscopy, theta-liftings, and period integrals for the unitary group in three variables, Ann. of Math. (2) **145** (1997), no. 3, 419-476.

[3] Yasuhiko Ikematsu, Local theta lifts for p-adic unitary dual pairs $\mathrm{U}(2) \times \mathrm{U}(1), \mathrm{U}(2) \times \mathrm{U}(3)$ and a p-adic quaternionic dual pair $\mathrm{U}(1) \times \mathrm{U}(1)$, the thesis of Ph.D. 2016.

[4] Stephen S. Kudla, Splitting metaplectic covers of dual reductive pairs, Israel J. Math. **87** (1994), no. 1-3, 361-401.

[5] Kazuko Konno and Takuya Konno, Lecture on endoscopy for unitary groups in two variables, november, 2005, under revision.

[6] J.-P. Labesse and R. P. Langlands, L-indistinguishability for SL(2), Canad. J. Math. **31** (1979), no. 4, 726-785.

[7] Jonathan D. Rogawski, Automorphic representations of unitary groups in three variables, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1990.

Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University, 744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka, 819-0395, Japan

E-mail address: y-ikematsu@imi.kyushu-u.ac.jp